

제 2 교시

수학 영역(B형)

출수형

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+B$ 의 모든 성분의 합이 6일 때, a 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\tan\theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은? [2점]

① $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{3}$

3. 좌표공간에서 두 점 $A(a, 5, 2)$, $B(-2, 0, 7)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:2로 내분하는 점의 좌표가 $(0, b, 5)$ 이다. $a+b$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_9 = 3a_3$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

5. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A^c \cup B^c) = \frac{4}{5}, \quad P(A \cap B^c) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A^c)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{11}{20}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{13}{20}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

6. 좌표공간에서 두 점 $A(5, 5, a), B(0, 0, 3)$ 을 지나는 직선과 직선 $x=4-y=z-1$ 이 서로 수직일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

7. 함수 $f(x) = 2\cos^2 x + k\sin 2x - 1$ 의 최댓값이 $\sqrt{10}$ 일 때, 양수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 좌표평면에서 포물선 $y^2=8x$ 에 접하는 두 직선 l_1, l_2 의 기울기가 각각 m_1, m_2 이다. m_1, m_2 가 방정식 $2x^2-3x+1=0$ 의 서로 다른 두 근일 때, l_1 과 l_2 의 교점의 x 좌표는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 숫자 1, 2, 3, 4에서 중복을 허락하여 5개를 택할 때, 숫자 4가 한 개 이하가 되는 경우의 수는? [3점]

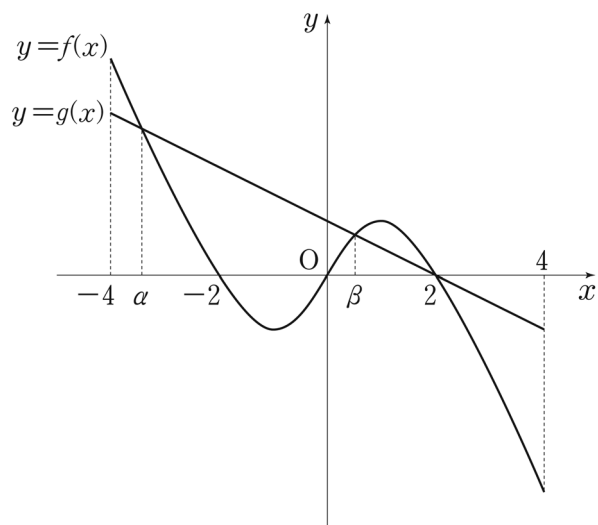
- ① 45 ② 42 ③ 39 ④ 36 ⑤ 33

10. 그림과 같이 닫힌 구간 $[-4, 4]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x)=-\frac{1}{2}x+1$ 의 그래프가 세 점에서 만나고 그 세 점의 x 좌표는 $\alpha, \beta, 2$ 이다. 부등식

$$\frac{g(x)}{f(x)} \leq 1$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수는? (단, $-4 < \alpha < -3, 0 < \beta < 1$)

[3점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고

$$(a_{n+1})^n = 10(a_n)^{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변에 상용로그를 취하면
 $n \log a_{n+1} = (n+1) \log a_n + 1$
 이다. 양변을 $n(n+1)$ 로 나누면

$$\frac{\log a_{n+1}}{n+1} = \frac{\log a_n}{n} + \boxed{\text{(가)}}$$

 이다. $b_n = \frac{\log a_n}{n}$ 이라 하면 $b_1 = 1$ 이고

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}}$$

 이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(나)}}$$

 이므로

$$\log a_n = n \times \boxed{\text{(나)}}$$

 이다. 그러므로 $a_n = 10^{n \times \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$ 과 $g(n)$ 이라 할 때,

$\frac{g(10)}{f(4)}$ 의 값은? [3점]

- ① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

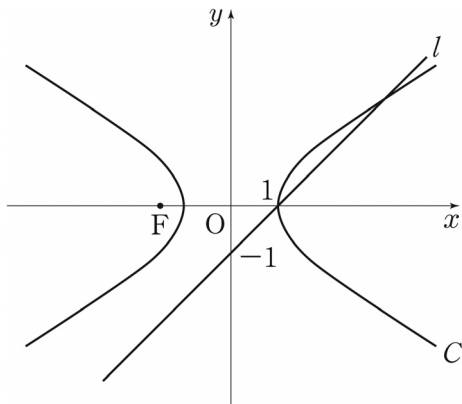
12. 이차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{\ln(x+1)} & (x \neq 0) \\ 8 & (x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 구간 $(-1, \infty)$ 에서 연속일 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

[13~14] 그림과 같이 직선 $l: x-y-1=0$ 과 한 초점이 점 $F(c, 0)$ (단, $c < 0$)인 쌍곡선 $C: x^2 - 2y^2 = 1$ 이 있다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.





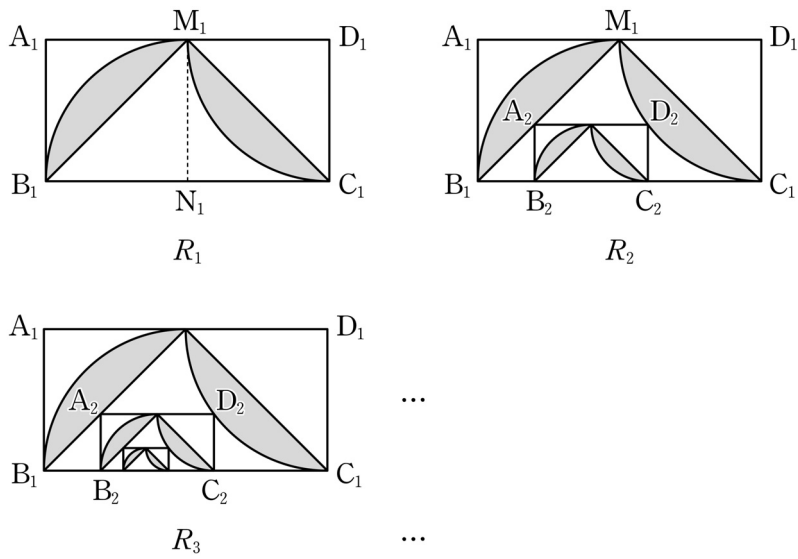
13. 직선 l 과 쌍곡선 C 로 둘러싸인 부분을 y 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [3점]

- ① $\frac{5}{3}\pi$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{7}{6}\pi$ ⑤ π

14. 원점을 중심으로 θ 만큼 회전하는 회전변환에 의하여 직선 l 은 쌍곡선 C 의 초점 F 를 지나는 직선으로 옮겨진다. $\sin 2\theta$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{4}{9}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{2}{9}$

15. 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{A_1D_1}=2$ 이다. 그림과 같이 선분 A_1D_1 과 선분 B_1C_1 의 중점을 각각 M_1, N_1 이라 하자. 중심이 N_1 , 반지름의 길이가 $\overline{B_1N_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $N_1M_1B_1$ 을 그리고, 중심이 D_1 , 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $D_1M_1C_1$ 을 그린다. 부채꼴 $N_1M_1B_1$ 의 호 M_1B_1 과 선분 M_1B_1 로 둘러싸인 부분과 부채꼴 $D_1M_1C_1$ 의 호 M_1C_1 과 선분 M_1C_1 로 둘러싸인 부분인  모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 선분 M_1B_1 위의 점 A_2 , 호 M_1C_1 위의 점 D_2 와 변 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{A_2D_2}=1:2$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{25}{19} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$
- ② $\frac{5}{4} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$
- ③ $\frac{25}{21} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$
- ④ $\frac{25}{22} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$
- ⑤ $\frac{25}{23} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$

16. 닫힌 구간 $[0, a]$ 에서 정의된 확률변수 X 의 확률밀도함수가 연속이다. 확률변수 X 가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 k 의 값은? [4점]

(가) $0 \leq x \leq a$ 인 모든 x 에 대하여 $P(0 \leq X \leq x) = kx^2$ 이다.
 (나) $E(X) = 1$

- ① $\frac{9}{16}$
- ② $\frac{4}{9}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{9}$
- ⑤ $\frac{1}{16}$

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB + A^2B = E, \quad (A - E)^2 + B^2 = O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

- <보 기>
- ㄱ. B 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = BA$

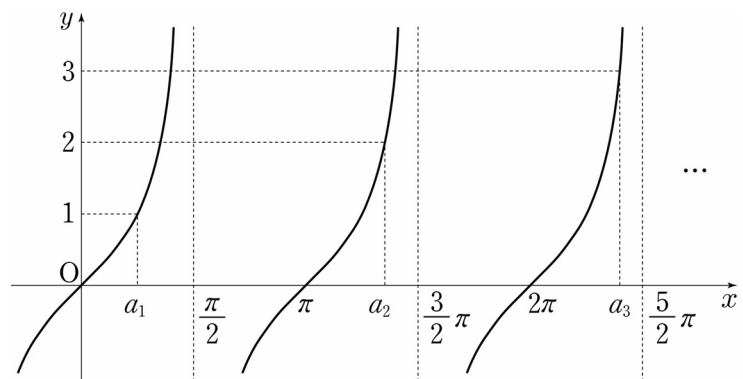
ㄷ. $(A^3 - A)^2 + E = O$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = n$ 과 함수 $y = \tan x$ 의 그래프가 제1사분면에서 만나는 점의 x 좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$



19. 좌표공간에서 중심의 x 좌표, y 좌표, z 좌표가 모두 양수인 구 S 가 x 축과 y 축에 각각 접하고 z 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 구 S 가 xy 평면과 만나서 생기는 원의 넓이가 64π 이고 z 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8일 때, 구 S 의 반지름의 길이는? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

20. 1보다 큰 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. $3f(x)+5g(x)$ 의 값이 10의 배수가 되도록 하는 x 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때 2번째 수를 a , 6번째 수를 b 라 하자. $\log ab$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

21. 연속함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고, 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \frac{\pi}{2} \int_1^{x+1} f(t) dt$$

이다. $f(1)=1$ 일 때,

$$\pi^2 \int_0^1 xf(x+1) dx$$

의 값은? [4점]

- ① $2(\pi-2)$ ② $2\pi-3$ ③ $2(\pi-1)$
 ④ $2\pi-1$ ⑤ 2π

단답형

22. 함수 $f(x)=5e^{3x-3}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 어느 마라톤 대회에 참가한 50명의 동호회 회원 중 마라톤에서 완주한 회원 수와 기권한 회원 수가 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	남성	여성
완주한 회원 수	27	9
기권한 회원 수	8	6

참가한 회원 중에서 임의로 선택한 한 명의 회원이 여성이었을 때, 이 회원이 마라톤에서 완주하였을 확률이 p 이다. $100p$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 무리방정식 $\sqrt{2x^2-6x}=x^2-3x-4$ 의 모든 실근의 곱을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하시오. [3점]

25. 단면의 반지름의 길이가 $R(R < 1)$ 인 원기둥 모양의 어느 급수관에 물이 가득 차 흐르고 있다. 이 급수관의 단면의 중심에서의 물의 속력을 v_c , 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $x(0 < x \leq R)$ 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력을 v 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\frac{v_c}{v} = 1 - k \log \frac{x}{R}$$

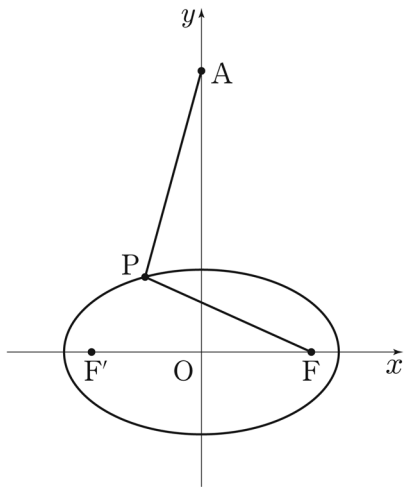
(단, k 는 양의 상수이고, 길이의 단위는 m, 속력의 단위는 m/초이다.)

$R < 1$ 인 이 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $R^{\frac{27}{23}}$ 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{2}$ 일 때, 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 R^a 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{3}$ 이다.

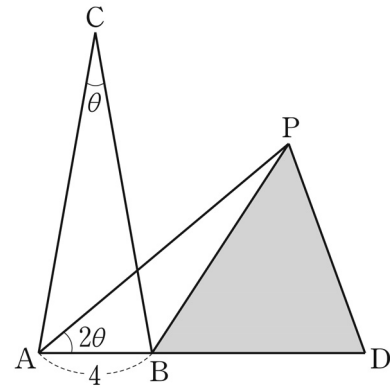
23a의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 도시의 중앙공원을 이용한 경험이 있는 주민의 비율을 알아보기 위하여 이 도시의 주민 중 n 명을 임의추출하여 조사한 결과 80%가 이 중앙공원을 이용한 경험이 있다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 도시 주민 전체의 중앙공원을 이용한 경험이 있는 주민의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $[a, b]$ 이다. $b - a = 0.098$ 일 때, n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

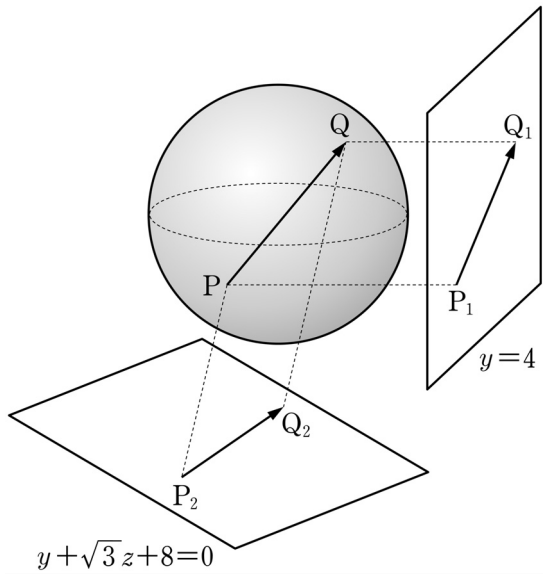
27. 그림과 같이 y 축 위의 점 $A(0, a)$ 와 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 위를 움직이는 점 P 가 있다. $\overline{AP} - \overline{FP}$ 의 최솟값이 1일 때, a^2 의 값을 구하시오. [4점]



28. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 한 변으로 하고, $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACB = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D를 잡고, $\overline{AC} = \overline{AP}$ 이고 $\angle PAB = 2\theta$ 인 점 P를 잡는다. 삼각형 BDP의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} (\theta \times S(\theta))$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]



29. 좌표공간에서 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 두 점 P, Q에서 평면 $y=4$ 에 내린 수선의 발을 각각 P_1, Q_1 이라 하고, 평면 $y + \sqrt{3}z + 8 = 0$ 에 내린 수선의 발을 각각 P_2, Q_2 라 하자. $2|\overrightarrow{PQ}|^2 - |\overrightarrow{P_1Q_1}|^2 - |\overrightarrow{P_2Q_2}|^2$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



30. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x) = f(x)e^{-x}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 $(1, g(1))$ 과 점 $(4, g(4))$ 는 곡선 $y = g(x)$ 의 변곡점이다.
- (나) 점 $(0, k)$ 에서 곡선 $y = g(x)$ 에 그은 접선의 개수가 3인 k 의 값의 범위는 $-1 < k < 0$ 이다.

$g(-2) \times g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.